

# Estimasi Spektral Daya secara Kooperatif Berbasiskan Pencuplikan di Bawah Pesat Nyquist

Dyonisius Dony Ariananda

Departemen Teknik Elektro dan Teknologi Informasi, Universitas Gadjah Mada  
Jalan Grafika 2, Sleman, DIY 55281  
dyonisius.dony@ugm.ac.id

**Abstract**—This paper extends our proposed compressive power spectrum (PS) estimation approach into a scenario where we consider multiple sensors that individually estimate PS based on digital samples obtained by sampling the received analog signal at below the Nyquist rate using the so-called multi-coset sampling. All sensors transmit their PS estimate to a fusion centre (FC), which combines the received estimates to produce a final PS estimate. We can consider the proposed approach as a cooperative method although the final decision is concluded in a centralized way using an FC. Two models, labeled as model A and B, are considered. Model A assumes that all sensors employ the same multi-coset sampling pattern. In model B, the sensors are divided into groups of sensors, where different groups employ different sampling patterns. We examine both the estimation and detection performance of the proposed approach using both Model A and B. The simulation study shows that model B offers a better estimation performance than model A. However, with respect to detection, both model appear to offer the same performance.

**Keywords**—sub-Nyquist sampling; power spectrum; multi-coset sampling; compressive sampling; cooperative estimation

**Intisari**— Paper ini menguji ekstensi dari metode estimasi spektral daya yang telah diusulkan ke skenario di mana beberapa sensor mengestimasi spektral daya berdasarkan sampel digital hasil pencuplikan terhadap isyarat analog dengan pesat cuplik di bawah pesat Nyquist. Skema pencuplikan yang digunakan adalah pencuplikan *multi-coset*. Tiap sensor mengirimkan hasil estimasi spektral daya ke *fusion centre* (FC), yang mengkombinasikan seluruh estimasi yang diterima guna menghasilkan estimasi spektral daya yang terakhir. Metode ini bisa dipandang sebagai metode kooperatif meski keputusan akhir dilakukan secara terpusat oleh FC. Dua buah model, yakni model A dan B, dievaluasi. Pada model A, seluruh sensor diasumsikan menggunakan pola pencuplik *multi-coset* yang sama sedangkan pada model B, sensor-sensor dikelompokkan ke dalam beberapa grup dan grup yang berbeda menggunakan pola pencuplik yang berbeda. Unjuk kerja estimasi maupun deteksi dari Model A dan B, dievaluasi. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa unjuk kerja estimasi model B lebih baik daripada model A. Akan tetapi, unjuk kerja deteksi dari kedua model cenderung sama.

**Kata Kunci**—Pencuplikan sub-Nyquist; spektral daya; pencuplikan *multi-coset*; pencuplikan terkompresi; estimasi secara kooperatif

## I. PENDAHULUAN

Seiring perkembangan yang pesat di bidang telekomunikasi nirkabel, berbagai aplikasi yang memanfaatkan teknologi tersebut bermunculan. Perkembangan yang pesat ini salah satunya didukung oleh

semakin majunya teknologi pemrosesan isyarat digital yang memungkinkan terwujudnya proses komunikasi yang handal serta terintegrasinya isyarat gambar, suara, maupun data. Beberapa aplikasi yang memanfaatkan teknologi komunikasi nirkabel ternyata juga memerlukan kapasitas dan lebar pita (*bandwidth*) yang cukup besar. Aplikasi semacam ini memberikan beban tambahan kepada piranti *analog to digital converter* (ADC). Hal ini disebabkan oleh tingginya nilai frekuensi cuplik yang harus dipenuhi (menurut kriteria Nyquist) saat dilakukan konversi terhadap isyarat analog dengan lebar pita yang besar ke isyarat digital. Proses pencuplikan dengan frekuensi cuplik yang cukup tinggi akan berakibat pada tingginya konsumsi daya pada perangkat ADC [1].

Untuk meringankan permasalahan yang dihadapi pada proses pencuplikan isyarat analog dengan lebar pita yang cukup besar, telah diusulkan pendekatan yang dikenal dengan pencuplikan terkompresi (*compressive sampling* (CS)) [2,3]. Menurut [2,3], rekonstruksi isyarat analog dari sampel-sampel digital yang jumlahnya sangat terbatas (yang diperoleh dengan pesat pencuplikan di bawah kriteria Nyquist) dimungkinkan dengan menggunakan pendekatan CS bila isyarat tersebut memiliki representasi yang sifatnya *sparse* pada basis tertentu, yang artinya, saat isyarat tersebut direpresentasikan pada basis yang dimaksud, banyak elemen-elemen isyarat yang bernilai nol atau mendekati nol (sehingga nilai elemen-elemen tersebut dapat diabaikan). Berbeda dengan teknik kompresi konvensional, pendekatan CS bersifat non-adaptif yang berarti CS pada umumnya tidak memerlukan informasi lokasi dari elemen-elemen isyarat yang nilainya nol atau mendekati nol. Pendekatan CS cukup bermanfaat tidak hanya dalam hal penghematan media penyimpanan namun juga dalam hal reduksi pesat pencuplikan yang harus dikenakan pada piranti ADC.

Pendekatan CS cukup populer saat harus dilakukan pencuplikan terhadap isyarat analog dengan lebar pita cukup besar dan kemudian perlu dilakukan rekonstruksi isyarat analog tersebut dari sampel-sampel digital yang diperoleh. Pada kenyataannya, ada beberapa aplikasi yang tidak memerlukan rekonstruksi isyarat analog dan hanya memerlukan informasi tentang besaran statistik dari isyarat tersebut seperti autokorelasi atau spektral daya. Salah satu contoh adalah aplikasi penginderaan spektrum pada teknik radio kognitif [4,5]. Dalam teknik radio kognitif, suatu pita frekuensi yang lisensinya sudah dimiliki oleh suatu pengguna (*licensed user* (LU)) bisa dipinjamkan kepada pengguna penyewa (*renting user* (RU)) saat pemilik lisensi tidak aktif. Agar teknik radio kognitif bisa beroperasi dengan semestinya, RU perlu melakukan proses penginderaan spektrum untuk

menemukan pita-pita frekuensi yang sedang tidak digunakan pemiliknya. Hasil penginderaan spektrum ini dijadikan acuan oleh RU untuk memutuskan apakah suatu pita frekuensi sedang tidak dipakai dan dapat digunakan oleh RU. Saat RU telah menduduki spektrum yang dimiliki oleh salah satu LU, RU akan terus melakukan proses penginderaan spektrum guna mendeteksi apakah LU pemilik pita frekuensi yang diduduki telah aktif kembali. Lebar pita frekuensi yang harus diamati oleh RU guna menemukan pita frekuensi yang tidak diduduki umumnya cukup besar sehingga, jika proses penginderaan spektrum ini akan diproses lebih lanjut secara digital, pesat pencuplikan isyarat analog yang harus dipenuhi cukup tinggi. Namun perlu dicatat bahwa, pada aplikasi ini, tidak diperlukan rekonstruksi isyarat analog karena informasi mengenai spektral daya sudah cukup bagi RU guna mengidentifikasi pita frekuensi mana yang sedang diduduki pemiliknya dan pita frekuensi mana yang bisa dimanfaatkan.

Pada [6]-[8], telah diusulkan teknik estimasi spektral daya dari sampel-sampel digital yang diperoleh melalui pencuplikan dengan pesat di bawah kriteria Nyquist. Hal yang menarik dari metode-metode pada [6]-[8] adalah dimungkinkannya rekonstruksi spektral daya dari sampel-sampel hasil pencuplikan dengan pesat di bawah kriteria Nyquist tanpa harus mengasumsikan bahwa isyarat analog yang dicuplik memiliki sifat *sparse*. Hal ini berbeda dengan CS yang ditujukan untuk merekonstruksi isyarat analog dan bukan sekedar spektral daya. Tampak bahwa pada saat tujuan yang ingin dicapai adalah rekonstruksi spektral daya dan bukan isyarat analog yang asli, syarat yang harus dipenuhi jauh lebih lunak. Pengembangan lebih lanjut dari metode pada [6] dapat ditemukan pada [9,10]. Pada [9], beberapa sensor bekerja sama dalam mengestimasi spektral daya. Meskipun teknik estimasi spektral daya pada [6] tidak dispesifikasikan untuk aplikasi radio kognitif, sensor-sensor yang dispesifikasikan pada [9] dapat dianggap sebagai sekumpulan RU yang bekerja sama dalam proses penginderaan spektrum. Pada teknik ini, setiap sensor melakukan pencuplikan terhadap isyarat analog yang diterima dengan pesat pencuplikan di bawah kriteria Nyquist. Kemudian, sampel-sampel tersebut dikirimkan ke suatu stasiun pengumpul yang dikenal dengan *Fusion Centre* (FC). FC akan menghitung korelasi antar sampel-sampel digital baik yang diterima pada sensor yang sama maupun yang diterima pada sensor yang berbeda. Hasil perhitungan korelasi lalu digunakan untuk merekonstruksi spektral daya. Kelemahan metode pada [9] adalah diperlukannya ketersediaan informasi mengenai tanggapan kanal nirkabel antara stasiun-stasiun pengirim isyarat (yaitu LU untuk aplikasi radio kognitif) dan sensor-sensor pengestimasi spektral daya (dapat berupa RU-RU yang melakukan penginderaan spektrum). Metode pada [10] tidak mensyaratkan ketersediaan informasi tanggapan kanal nirkabel antara pengirim isyarat dan sensor-sensor pengestimasi spektral daya. Akibatnya, korelasi yang bisa dimanfaatkan hanyalah korelasi antar sampel-sampel yang diterima pada sensor yang sama. Guna meningkatkan efisiensi pada proses pencuplikan, setiap sensor hanya menghitung korelasi pada tenggang (*lag*) tertentu di mana tenggang (*lag*) ini bisa berbeda untuk sensor-sensor yang berbeda. Hasil-hasil korelasi ini

digabungkan dan dimanfaatkan oleh FC untuk menghitung spektral daya yang pada aplikasi radio kognitif dapat digunakan untuk menyimpulkan apakah suatu pita frekuensi sedang digunakan oleh pemiliknya. Kelemahan teknik ini adalah adanya syarat bahwa seluruh tanggapan kanal nirkabel antara pengirim-pengirim dan sensor-sensor harus memiliki statistik yang sama.

Pada makalah ini, diusulkan suatu teknik estimasi spektral daya yang dilakukan secara kooperatif oleh beberapa sensor. Teknik ini juga merupakan pengembangan dari metode pada [6]. Berbeda dengan pendekatan pada [9], teknik pada makalah ini tidak mensyaratkan ketersediaan informasi tanggapan kanal antara pengirim-pengirim isyarat dan sensor-sensor pengestimasi spektral daya. Teknik pada makalah ini juga berbeda dengan pendekatan pada [10] karena teknik pada makalah ini tidak mensyaratkan seluruh tanggapan kanal nirkabel antara pengirim-pengirim dan sensor-sensor untuk memiliki statistik yang sama.

## II. LANDASAN TEORI DAN MODEL DATA

Makalah ini mengasumsikan keberadaan suatu jaringan sensor nirkabel yang terdiri atas  $J$  sensor. Sensor-sensor tersebut melakukan estimasi spektral daya dengan berbasiskan pada sampel-sampel dari isyarat yang diterima dari satu atau lebih pengirim. Isyarat yang diterima dari pengirim-pengirim ini diasumsikan sebagai isyarat *wide-sense stationary* (WSS) yang artinya baik *mean* ataupun autokorelasi dari isyarat tersebut adalah konstan dari waktu ke waktu (nilai autokorelasi hanya bergantung pada tenggang antar sampel atau *lag*). Jaringan sensor nirkabel ini bisa dikaitkan dengan jaringan radio kognitif di mana sensor-sensor ini tidak lain adalah RU yang menggunakan hasil estimasi spektral daya untuk mengidentifikasi pita frekuensi yang tidak sedang digunakan oleh pemiliknya. Tiap sensor melakukan proses pencuplikan terhadap isyarat analog yang diterima dengan pesat pencuplikan di bawah pesat Nyquist. Teknik pencuplikan yang dipakai pada tiap sensor adalah pencuplikan *multi-coset* (*multi-coset sampling*) yang bisa dianalogikan dengan pencuplikan secara seragam (*uniform sampling*) pada pesat Nyquist namun untuk setiap periode tertentu, sampel-sampel digital pada indeks tertentu (yang sama untuk tiap periodenya) diabaikan sehingga jumlah sampel digital yang diperoleh lebih sedikit daripada jumlah sampel yang diperoleh pada pencuplikan seragam biasa dengan pesat Nyquist (pencuplikan Nyquist). Pencuplikan *multi-coset* secara lengkap dibahas dalam [11,12]. Dengan demikian, pencuplikan *multi-coset* bisa dimodelkan sebagai perkalian antara matriks seleksi (yaitu suatu matriks yang disusun oleh beberapa namun tidak semua baris matriks identitas) dengan suatu vektor yang berisikan sampel-sampel hasil pencuplikan Nyquist. Diasumsikan  $k$  buah vektor  $\mathbf{x}_j[k]$ ,  $k = 0, 1, \dots, K-1$ , dengan  $j = 0, 1, \dots, J-1$  dan dengan

$$\mathbf{x}_j[k] = [x_j[kN], x_j[kN+1], \dots, x_j[kN+N-1]]^T \quad (1)$$

berisikan  $N$  elemen yang tidak lain adalah  $N$  sampel digital yang diperoleh andaikan sensor ke- $(j+1)$  melakukan pencuplikan Nyquist terhadap isyarat analog

yang diterima. Pada (1),  $x_j[n]$  adalah sampel ke- $(n+1)$ , dengan  $n=0, 1, \dots, KN-1$ , pada sensor ke- $(j+1)$ . Pada kenyataannya, telah disebutkan bahwa pencuplikan yang dilakukan pada tiap sensor adalah pencuplikan *multi-coset*, yang untuk sensor ke- $(j+1)$  bisa dituliskan sebagai

$$y_j[k]=C_j x_j[k], \quad k=0,1, \dots, K-1, \quad (2)$$

di mana  $C_j$  adalah matriks berukuran  $M \times N$ , dengan  $M < N$ , yang  $M$  barisnya disusun dengan memilih  $M$  dari  $N$  baris matriks identitas  $I_N$  berukuran  $N \times N$ , sedangkan vektor  $y_j[k]$  berukuran  $M \times 1$  yang bisa dituliskan sebagai

$$y_j[k]=[y_j[kM], y_j[kM+1], \dots, y_j[kM+M-1]]^T. \quad (2a)$$

Jelas bahwa  $M$  elemen vektor  $y_j[k]$  dipilih dari  $N$  elemen vektor  $x_j[k]$  yang pemilihannya bergantung pada  $M$  baris  $I_N$  yang dipakai untuk menyusun  $C_j$ . Dengan demikian,  $M/N$  dapat dipandang sebagai pesat kompresi terhadap pencuplikan Nyquist.

Langkah berikutnya adalah dengan mengikuti apa yang telah dilakukan pada [6] yaitu perhitungan matriks autokorelasi dari  $y_j[k]$  yang diberikan oleh

$$\mathbf{R}_{y_j} = E[y_j[k] y_j^H[k]] = C_j \mathbf{R}_{x_j} C_j^H, \quad (3)$$

di mana  $y_j^H[k]$  adalah transpose konjugat dari  $y_j[k]$ , matriks autokorelasi  $\mathbf{R}_{y_j}$  berukuran  $M \times M$ , sedangkan  $\mathbf{R}_{x_j}$  adalah matriks autokorelasi bagi  $x_j[k]$ , yang berukuran  $N \times N$  dan yang nilainya diberikan oleh  $\mathbf{R}_{x_j} = E[x_j[k] x_j^H[k]]$ . Perlu diingat bahwa isyarat dari pengirim diasumsikan sebagai isyarat WSS sehingga deret sampel  $x_j[n]$ ,  $n = 0, 1, \dots, KN-1$ , juga merupakan deret isyarat digital WSS. Akibatnya, matriks  $\mathbf{R}_{x_j}$  adalah matriks Toeplitz yang, walaupun memiliki  $N^2$  elemen, hanya mengandung  $2N-1$  nilai yang unik. Sebaliknya,  $\mathbf{R}_{y_j}$  pada umumnya bukan merupakan matriks Toeplitz. Hal ini bisa ditemukan dengan memperhitungkan matriks seleksi  $C_j$  yang merelasikan  $\mathbf{R}_{x_j}$  dan  $\mathbf{R}_{y_j}$  pada (3). Apabila dilakukan vektorisasi terhadap (3) akan diperoleh [6]

$$\text{vec}(\mathbf{R}_{y_j}) = (C_j^* \otimes C_j) \text{vec}(\mathbf{R}_{x_j}), \quad (4)$$

dengan  $\text{vec}(\cdot)$  adalah operator yang menyusun kolom-kolom suatu matriks menjadi sebuah vektor,  $\otimes$  merepresentasikan operasi *Kronecker product*, sedangkan  $C_j^*$  merepresentasikan konjugat dari  $C_j$ . Dengan demikian, vektor  $\text{vec}(\mathbf{R}_{y_j})$  dan  $\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j})$  berturut-turut berukuran  $M^2 \times 1$  dan  $N^2 \times 1$ . Karena  $\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j})$  hanya memiliki  $2N-1$  elemen yang unik, elemen-elemen vektor  $\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j})$  bisa dimampatkan ke dalam vektor  $\mathbf{r}_{x_j}$  yang berukuran  $(2N-1) \times 1$  dengan  $\mathbf{r}_{x_j}$  diberikan oleh  $\mathbf{r}_{x_j} = [r_{x_j}[0], r_{x_j}[1], \dots, r_{x_j}[N-1], r_{x_j}[-N+1], \dots, r_{x_j}[-2], r_{x_j}[-1]]^T$ ,  $(\cdot)^T$  mengindikasikan operasi transpose, dan  $r_{x_j}[m]=E[x_j[n] x_j^*[n-m]]$  mengindikasikan autokorelasi dari isyarat  $x_j[n]$  pada lag  $m$ . Hubungan antara  $\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j})$  dan  $\mathbf{r}_{x_j}$  bisa dituliskan sebagai [6]

$$\text{vec}(\mathbf{R}_{x_j}) = \mathbf{T} \mathbf{r}_{x_j}, \quad (5)$$

dengan  $\mathbf{T}$  adalah matriks berukuran  $N^2 \times (2N-1)$  yang baris-barisnya diambil dari baris-baris matriks identitas  $I_{2N-1}$ . Karena  $I_{2N-1}$  hanya mempunyai  $2N-1$  baris maka setiap baris  $I_{2N-1}$  pada umumnya muncul sebagai baris

matriks  $\mathbf{T}$  lebih dari sekali. Detail formula untuk matriks  $\mathbf{T}$  bisa ditemukan pada [6]. Dengan menggunakan (5), (4) bisa dituliskan sebagai [6]

$$\text{vec}(\mathbf{R}_{y_j}) = (C_j^* \otimes C_j) \mathbf{T} \mathbf{r}_{x_j} = \mathbf{S}_j \mathbf{r}_{x_j}, \quad (6)$$

dengan matriks  $\mathbf{S}_j=(C_j^* \otimes C_j) \mathbf{T}$  berukuran  $M^2 \times (2N-1)$ . Perlu dicatat bahwa meskipun  $M < N$ , dapat diperoleh  $M^2 \geq (2N-1)$ . Jika  $M^2 \geq (2N-1)$  dan kolom-kolom  $\mathbf{S}_j$  seluruhnya saling independent ( $\mathbf{S}_j$  memenuhi *full column rank*) maka dimungkinkan untuk merekonstruksi  $\mathbf{r}_{x_j}$  dari  $\text{vec}(\mathbf{R}_{y_j})$  dengan menggunakan metode *least square* (LS) [6]. Pada kasus ini  $\mathbf{r}_{x_j}$  dapat direkonstruksi sebagai

$$\mathbf{r}_{x_j} = (\mathbf{S}_j^H \mathbf{S}_j)^{-1} \mathbf{S}_j^H \text{vec}(\mathbf{R}_{y_j}). \quad (7)$$

Hasil rekonstruksi spektral daya isyarat yang diterima pada sensor dapat diperoleh dengan mengaplikasikan transformasi Fourier diskret (*discrete Fourier transform* (DFT)) pada vektor autokorelasi  $\mathbf{r}_{x_j}$ . Setiap sensor kemudian mengirimkan hasil rekonstruksi spektral daya ke FC yang lalu akan memproduksi hasil rekonstruksi spektral daya yang terakhir dengan berbasiskan hasil rekonstruksi spektral daya pada tiap-tiap sensor.

### III. TUJUAN PENELITIAN DAN METODOLOGI

Tujuan penelitian yang dilakukan adalah mengevaluasi hasil ekstensi dari metode estimasi spektral daya dari sampel-sampel digital yang dihasilkan oleh pencuplikan *multi-coset* yang diperkenalkan pada [6] namun pada konteks beberapa sensor. Ada dua model yang akan diuji yaitu model A dan B. Pada model A, setiap sensor mengadopsi pencuplik multi-coset yang sama, yang secara matematis digambarkan dengan matriks seleksi  $C_j$  yang sama. Artinya, untuk model A berlaku  $C_0 = C_1 = \dots C_J$ . Pada model B, seluruh sensor yang ada dikelompokkan ke dalam grup-grup di mana sensor-sensor yang termasuk dalam grup yang sama menggunakan pencuplik multi-coset yang sama, sedangkan grup-grup yang berbeda menggunakan pencuplik multi-coset yang berbeda pula. Evaluasi akan dilakukan pada hasil estimasi spektral daya yang diproduksi oleh FC pada kedua model sehingga dapat diketahui model manakah yang menghasilkan kualitas estimasi spektral daya lebih baik. Di samping itu, kedua model di atas juga akan diuji pada kasus deteksi karena pada beberapa aplikasi, seperti aplikasi teknik radio kognitif, yang terpenting adalah keakuratan RU dalam mendeteksi aktif tidaknya LU pada suatu pita frekuensi sedangkan keakuratan bentuk spektral daya hasil estimasi mungkin tidak terlalu penting.

Detail formulasi model yang diuji akan dibahas pada bagian IV. Metodologi yang dipakai adalah simulasi di mana data dari isyarat-isyarat pengirim disimulasikan dengan melakukan proses penapisan terhadap derau putih Gaussian (*additive white Gaussian noise* (AWGN)) di mana tanggapan frekuensi dari tapis yang dipakai disesuaikan dengan bentuk spektral daya yang dikehendaki. Detail mengenai hal ini dapat ditemukan pada bagian V.

### IV. FORMULASI MODEL

Sebagaimana disinggung pada Bagian III, ada dua model jaringan sensor pengestimasi spektral daya yang

akan diuji. Pada model A, seluruh sensor menggunakan pencuplik multi-coset yang seragam. Dengan demikian, untuk model A dan untuk  $j=0, 1, \dots, J-1$ , (2) bisa dituliskan kembali menjadi

$$\mathbf{y}_j[k] = \mathbf{C} \mathbf{x}_j[k], \quad k=0,1, \dots, K-1. \quad (8)$$

Pada model B, diasumsikan terdapat  $G$  grup sensor. Untuk mempermudah pembahasan, diasumsikan bahwa  $J = GP$  dengan  $P$  adalah jumlah sensor pada setiap grup. Perlu dicatat bahwa model ini bisa digeneralisasi untuk kasus di mana  $J$  bukan merupakan kelipatan dari  $G$  dan diperkirakan bahwa, untuk kasus ini, unjuk kerja dari metode estimasi spektral daya yang diusulkan tidak akan jauh berbeda dengan unjuk kerja untuk kasus  $J = GP$  apabila  $J \gg G$ . Untuk model B dan untuk  $k = 0, 1, \dots, K-1$ , (2) bisa dituliskan sebagai

$$\mathbf{y}_{gP+p}[k] = \mathbf{C}_g \mathbf{x}_{gP+p}[k], \quad (9)$$

dengan  $g = 0, 1, \dots, G-1$ ,  $p = 0, 1, \dots, P-1$ , dan dengan indeks  $gP+p$  mengindikasikan sensor ke- $(p+1)$  pada grup ke- $(g+1)$ . Untuk menyederhanakan notasi di pembahasan berikutnya, (9) akan digunakan pula untuk model A dengan  $j = gP+p$  dan  $\mathbf{C}_g = \mathbf{C}$ . Pada perhitungan matriks autokorelasi dari  $\mathbf{y}_{gP+p}[k]$ , penggunaan operator *expected value*  $E[\cdot]$  pada (3) adalah untuk konteks teoritis dan pada kenyataannya, hanya bisa dilakukan pendekatan terhadap operasi  $E[\cdot]$  ini. Dengan keberadaan  $\mathbf{C}_g$  pada (9), jelas bahwa suatu deret yang tersusun atas elemen-elemen  $\mathbf{y}_{gP+p}[k]$  pada umumnya bukanlah deret WSS. Namun cukup mudah untuk ditemukan pada (9) bahwa runtun vektor  $\mathbf{y}_{gP+p}[k]$  dengan  $k = 0, 1, \dots, K-1$ , merupakan runtun vektor WSS. Berdasarkan fakta tersebut,  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_{gP+p}} = E[\mathbf{y}_{gP+p}[k] \mathbf{y}_{gP+p}^H[k]]$  bisa didekati dengan

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}_{gP+p}} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{y}_{gP+p}[k] \mathbf{y}_{gP+p}^H[k]. \quad (10)$$

Konsekuensinya, dengan memperhitungkan (3) – (7) dan  $j=gP+p$ , diperoleh estimasi bagi vektor autokorelasi  $\mathbf{r}_{x_j}$

$$\hat{\mathbf{r}}_{x_{gP+p}} = (\mathbf{S}_g^H \mathbf{S}_g)^{-1} \mathbf{S}_g^H \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}_{gP+p}}), \quad (11)$$

dengan matriks  $\mathbf{S}_g$  berukuran  $M^2 \times (2N-1)$  dan nilainya diberikan oleh  $(\mathbf{C}_g^* \otimes \mathbf{C}_g) \mathbf{I}$ . Permasalahan yang dihadapi adalah cara mendesain matriks seleksi  $\mathbf{C}_g$  sedemikian rupa sehingga seluruh kolom matriks  $\mathbf{S}_g$  saling independen sehingga operasi pada (11) bisa dilakukan.

Permasalahan di atas bisa dipandang sebagai permasalahan memilih  $M$  baris dari matriks identitas  $\mathbf{I}_N$  yang akan digunakan untuk menyusun  $\mathbf{C}_g$  sedemikian rupa sehingga  $\mathbf{S}_g$  memenuhi persyaratan *full column rank*. Penyelesaian permasalahan ini telah didiskusikan pada [6] yang menyebutkan bahwa indeks dari  $M$  baris matriks  $\mathbf{I}_N$  yang digunakan untuk menyusun  $\mathbf{C}_g$  dan sekaligus menggaransi bahwa  $\mathbf{S}_g$  memenuhi persyaratan *full column rank* bisa diperoleh sebagai solusi dari permasalahan yang dikenal dengan *sparse ruler*. Detail mengenai *sparse ruler* dapat ditemukan pada [6, 13]. Secara ringkas, *sparse ruler* dapat dijelaskan sebagai berikut. Pada sebuah penggaris sepanjang 30 cm, terdapat markah-markah yang berupa markah bilangan bulat mulai dari markah 0 hingga 30. Diasumsikan markah yang tersedia hanyalah markah-markah yang berupa bilangan bulat saja. Dengan seluruh

31 markah tersebut, dapat dilakukan pengukuran jarak yang berupa bilangan bulat mulai dari 0 hingga 30. Meski demikian, pengukuran jarak yang berupa bilangan bulat antara 0 dan 30 tetap bisa dilakukan meskipun, dari 31 markah, ada beberapa markah yang dihilangkan. Sebagai contoh, markah 5 dan 17 dapat dieliminasi (sehingga tersisa 29 markah) tanpa menghilangkan kemampuan penggaris untuk mengukur jarak yang berupa bilangan bulat antara 0 dan 30 karena jarak berupa bilangan bulat 5 dapat diukur dengan menggunakan markah 1 dan 6 sedangkan 17 dapat diukur dengan menggunakan markah 2 dan 19. Sebuah penggaris yang hanya memiliki  $M < N$  markah bilangan bulat antara markah 0 dan  $N-1$ , namun tetap bisa melakukan pengukuran terhadap jarak-jarak berupa seluruh bilangan bulat antara 0 dan  $N-1$  disebut dengan penggaris *sparse* atau *sparse ruler* dengan panjang  $N-1$ . Jika suatu *sparse ruler* dengan panjang  $N-1$  memiliki jumlah markah  $M$  yang minimal atau dengan kata lain tidak ditemukan *sparse ruler* dengan panjang  $N-1$  yang memiliki markah sejumlah  $M-1$  atau kurang, maka *sparse ruler* tersebut dinamakan *sparse ruler* minimal dengan panjang  $N-1$ .

Pada umumnya, pemecahan yang diinginkan bagi indeks baris-baris  $\mathbf{I}_N$  yang akan dipilih untuk menyusun  $\mathbf{C}_g$  adalah solusi bagi permasalahan *sparse ruler* minimal dengan panjang  $N-1$  (tinjau [6, 13]) karena solusi ini akan memberikan jumlah markah  $M$  yang minimal, yang akhirnya akan memberikan baris-baris  $\mathbf{I}_N$  terpilih yang jumlahnya (yaitu  $M$ ) minimal pula. Dengan demikian, solusi ini akan memberikan tingkat kompresi setinggi mungkin (nilai  $M/N$  sekecil mungkin) dengan tetap menggaransi terpenuhinya persyaratan *full column rank* bagi  $\mathbf{S}_g$ .

Estimasi spektral daya pada sensor ke- $(p+1)$  pada grup ke- $(g+1)$  untuk model B atau pada sensor ke- $(gP+p+1)$  untuk model A diberikan oleh

$$\hat{\mathbf{p}}_{x_{gP+p}} = \mathbf{F}_{2N-1} \hat{\mathbf{r}}_{x_{gP+p}}, \quad (12)$$

dengan  $\mathbf{F}_{2N-1}$  adalah matriks DFT berukuran  $(2N-1) \times (2N-1)$ . Setiap sensor lalu mengirimkan hasil estimasi spektral daya ke FC yang kemudian akan memproduksi hasil perhitungan spektral daya terakhir dengan berbasiskan pada estimasi-estimasi yang dikirimkan oleh seluruh sensor. Cara yang termudah bagi FC adalah dengan merata seluruh estimasi spektral daya yang diperoleh dari seluruh sensor, yaitu:

$$\hat{\mathbf{p}}_x = \frac{1}{GP} \sum_{g=0}^{G-1} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{\mathbf{p}}_{x_{gP+p}}, \quad (13)$$

dengan  $\hat{\mathbf{p}}_x$  adalah vektor berukuran  $(2N-1) \times 1$  yang berisikan hasil estimasi spektral daya oleh FC.

## V. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menguraikan detail simulasi yang dilakukan untuk mengevaluasi metode estimasi spektral daya secara kooperatif yang diusulkan. Pada simulasi bagian pertama, parameter  $K$  dan  $N$  yang dipilih adalah  $K=594$  dan  $N=84$ . Hal ini mengindikasikan bahwa terdapat  $KN = (594)(84)$  sampel andaikan setiap sensor melakukan pencuplikan Nyquist. Namun pada eksperimen yang dilakukan, tiap sensor dikonfigurasi untuk

melakukan pencuplikan *multi-coset* terhadap isyarat analog. Jumlah sensor yang ada diasumsikan sebanyak  $J=100$  sensor. Untuk model A, seluruh sensor dikonfigurasi untuk menggunakan pencuplik *multi-coset* yang seragam. Untuk model B, keseratus sensor dikelompokkan ke dalam  $G=10$  grup dengan jumlah sensor per grup adalah  $P=10$  sensor. Guna memaksimalkan tingkat kompresi (meminimalkan  $M/N$ ), pola pencuplik *multi-coset* yang dipakai harus merupakan solusi bagi permasalahan *sparse ruler* minimal dengan panjang  $N-1=83$ . Ada lebih dari satu solusi bagi permasalahan *sparse ruler* minimal dengan panjang  $N-1=83$ , yang seluruhnya memiliki jumlah markah  $M=16$ . Tabel I memperlihatkan sepuluh solusi di antaranya.

TABEL I. SEPULUH SOLUSI BAGI PERMASALAHAN *SPARSE RULER* MINIMAL DENGAN PANJANG  $N-1=83$ . TIAP SOLUSI *SPARSE RULER* YANG DIHASILKAN MEMILIKI 16 MARKAH.

Pola/Solusi ke-	Markah <i>sparse ruler</i> minimal dengan panjang $N-1=83$
1	0, 1, 4, 8, 12, 18, 27, 33, 39, 61, 63, 74, 76, 79, 81, 83.
2	0, 1, 2, 3, 4, 5, 32, 37, 45, 52, 55, 61, 66, 71, 77, 83.
3	0, 1, 2, 3, 4, 38, 41, 47, 50, 54, 58, 63, 68, 73, 78, 83.
4	0, 1, 2, 3, 4, 5, 34, 42, 48, 52, 55, 61, 67, 72, 78, 83.
5	0, 1, 2, 3, 4, 5, 35, 42, 46, 52, 58, 64, 70, 73, 78, 83.
6	0, 1, 2, 3, 8, 14, 16, 24, 34, 44, 54, 64, 71, 74, 79, 83.
7	0, 1, 2, 3, 7, 8, 15, 25, 35, 43, 53, 63, 72, 74, 79, 83.
8	0, 1, 2, 3, 7, 8, 15, 25, 34, 44, 53, 63, 72, 74, 79, 83.
9	0, 1, 3, 5, 9, 13, 17, 21, 29, 40, 51, 58, 73, 76, 82, 83.
10	0, 1, 3, 7, 10, 16, 27, 38, 49, 60, 68, 70, 74, 78, 82, 83.

Pada model A, seluruh sensor menggunakan pola pencuplik *multi-coset* yang mengacu pada solusi pertama pada Tabel I, sedangkan pada model B, kesepuluh solusi yang ada digunakan, dengan grup ke- $(g+1)$ ,  $g=0, 1, \dots, 9$ , menggunakan solusi ke- $(g+1)$  pada Tabel I. Perlu dicatat bahwa, pada tiap sensor, dari 84 sampel yang akan diperoleh jika pencuplik Nyquist digunakan, hanya 16 sampel saja yang pada kenyataannya akan dihasilkan oleh pencuplik *multi-coset*. Dengan demikian, rata-rata pesat pencuplikan pada tiap sensor adalah  $M/N = 0,1905$  kali pesat pencuplikan Nyquist. Pada simulasi bagian pertama, diasumsikan terdapat tiga pengirim yang berturut-turut menduduki pita frekuensi (dalam frekuensi digital)  $[0,1\pi, 0,35\pi]$ ,  $[0,55\pi, 0,8\pi]$ , dan  $[-0,9\pi, -0,65\pi]$ . Pada pita frekuensi yang diduduki, rapat daya isyarat dari masing-masing pengirim yang diterima pada setiap sensor diasumsikan sebesar 10 dBm per radian/sampel. Jarak antara tiap pengirim dan tiap-tiap sensor diasumsikan kurang lebih sama sehingga tiap pasang pengirim dan sensor penerima diasumsikan mengalami *path loss* yang sama. Untuk lebih mudahnya, nilai *path loss* diberi nilai 0 dB karena pengaruhnya hanya berupa efek *scaling* terhadap spektral daya isyarat tanpa mengubah bentuk spektral daya yang diterima. Pada bagian pertama ini, efek *multipath fading* dan *shadowing* diasumsikan belum ada. Isyarat dari pengirim ke- $i$  yang dalam bentuk digital dinotasikan sebagai  $s_i[n]$ ,  $i = 1, 2, 3$ , dibangkitkan dengan melewati AWGN dengan daya  $\sigma^2 = 10 \text{ mW} = 10 \text{ dBm}$  melalui suatu tapis (filter) digital  $h_i[n]$  yang memiliki  $N = 84$  impuls dan memiliki *passband* sesuai dengan pita frekuensi yang dirancang untuk diduduki oleh pengirim. Dengan demikian, bisa dituliskan

$$s_i[n] = h_i[n] \star \sigma^2 \delta[n], \quad i = 1, 2, 3, \quad (14)$$

dengan  $\star$  mengindikasikan operasi konvolusi. Secara teoritis, autokorelasi dari isyarat  $s_i[n]$  diberikan oleh

$$r_{s_i}[n] = h_i[n] \star h_i^*[-n] \star \sigma^2 \delta[n]. \quad (15)$$

Karena  $h_i[n]$  memiliki  $N = 84$  impuls, maka bisa dipastikan bahwa  $r_{s_i}[n] = 0$  untuk  $n < -N+1$  dan  $n > N-1$ . Bila dituliskan  $\mathbf{r}_{s_i} = [r_{s_i}[0], r_{s_i}[1], \dots, r_{s_i}[N-1], r_{s_i}[-N+1], \dots, r_{s_i}[-1]]^T$ , maka spektral daya teoritis dari isyarat  $s_i[n]$  diberikan oleh vektor  $\mathbf{p}_{s_i}$  berukuran  $(2N-1) \times 1$  yang diperoleh dengan cara

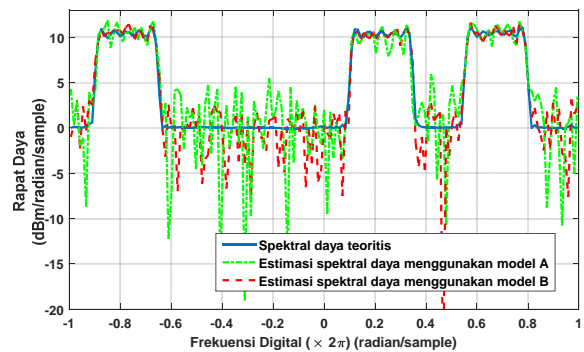
$$\mathbf{p}_{s_i} = \mathbf{F}_{2N-1} \mathbf{r}_{s_i}. \quad (16)$$

Derau AWGN yang dialami sensor-sensor yang berbeda diasumsikan saling independen dengan daya derau sebesar  $\sigma_n^2 = 1 \text{ mW} = 0 \text{ dBm}$ . Dengan memperhatikan berbagai asumsi di atas, spektral daya teoritis dari isyarat yang diterima pada sensor ke- $(p+1)$  pada grup ke- $(g+1)$  untuk model B atau pada sensor ke- $(gP+p+1)$  untuk model A diberikan oleh

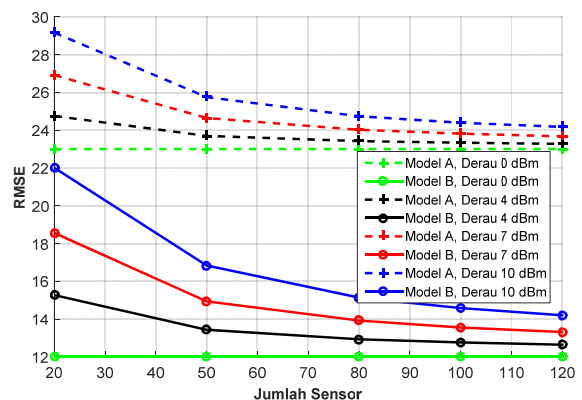
$$\mathbf{P}_{x_{gP+p}} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_{s_i} + \sigma_n^2, \quad (17)$$

dengan  $g = 0, 1, \dots, G-1$ , dan  $p = 0, 1, \dots, P-1$ . Dari (17) dan (13), dapat diperoleh bahwa secara teoritis, nilai spektral daya yang dikomputasi oleh FC juga diberikan oleh

$$\mathbf{P}_x = \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_{s_i} + \sigma_n^2. \quad (18)$$



Gbr 1. Tampilan Estimasi Spektral Daya oleh FC baik untuk model A maupun untuk model B pada Simulasi Bagian Pertama.



Gbr 2. RMSE antara nilai estimasi spektral daya pada FC dengan perhitungan spektral daya teoritis pada FC menurut (14)-(18) baik untuk model A maupun B.

Salah satu realisasi dari simulasi pada bagian pertama dapat dilihat pada Gbr 1. Pada Gbr 1, ditampilkan hasil

estimasi spektral daya oleh FC baik untuk model A maupun B yang diperoleh dengan mengkombinasikan hasil estimasi spektral daya oleh tiap-tiap sensor menurut (13). Pada Gbr 1, juga ditampilkan nilai spektral daya teoritis yang dihitung dengan menggunakan (14)-(18). Perbedaan nilai antara hasil estimasi spektral daya dan nilai spektral daya teoritis disebabkan oleh adanya faktor kompresi dan keterbatasan jumlah sampel yang tersedia yang diperlukan untuk menghitung  $\hat{\mathbf{R}}_{y_{gP+p}}$  pada (10) sehingga  $\hat{\mathbf{R}}_{y_{gP+p}}$  pada umumnya tidak sama persis dengan  $\mathbf{R}_{y_{gP+p}}$  (perbedaan keduanya akan semakin kecil seiring  $K$  mendekati tak terhingga). Perlu dicermati bahwa, meski pesat pencuplikan sangat rendah, yaitu 0,1905 kali pesat pencuplikan Nyquist, hasil estimasi spektral daya pada Gbr 1, baik untuk model A maupun B, masih sangat baik untuk mengindikasikan lokasi dari pita frekuensi yang diduduki oleh pengguna. Pada kenyataannya, nilai spektral daya pada kebanyakan titik frekuensi pun terbilang cukup akurat.

Pada simulasi bagian kedua, diasumsikan kembali tiga pengirim dengan spektral daya dan pita frekuensi sebagaimana pada simulasi bagian pertama. Cara pembangkitan isyarat juga mengikuti prosedur yang dijelaskan pada bagian pertama (yang bisa dilihat pada (14)). Parameter  $K$  dan  $N$  tetap bernilai  $K=594$  dan  $N=84$ . Jumlah sensor mula-mula adalah  $J=20$  kemudian dinaikkan secara bertahap hingga  $J=120$ . Untuk model B, variasi jumlah sensor ini diperoleh dengan menetapkan jumlah grup pada nilai  $G = 10$  dengan jumlah sensor per grup dinaikkan secara bertahap mulai  $P = 2$  hingga  $P = 12$ . Model A dan B pada simulasi bagian kedua ini juga menggunakan pola pencuplik multi-coset pada Tabel I dengan pola pada tiap sensor mengikuti aturan pada bagian pertama. Dengan demikian, pesat pencuplikan pada tiap sensor tetap  $M/N = 0,1905$  kali pesat pencuplikan Nyquist. Asumsi yang berkaitan dengan *path loss* adalah sama dengan pada bagian pertama. Sebagaimana pada bagian pertama, efek *shadowing* dan *multipath fading* diasumsikan belum ada. Proses perhitungan spektral daya teoritis pada FC mengikuti (14)-(18). Gbr 2 melukiskan nilai *root mean square error* (RMSE) antara spektral daya teoritis pada (18) dengan hasil estimasi spektral daya pada FC baik untuk model A maupun B. RMSE dihitung melalui 200 realisasi untuk berbagai nilai daya AWGN pada tiap sensor mulai dari  $\sigma^2 = 0$  dBm hingga  $\sigma^2 = 10$  dBm serta berbagai nilai  $J$  yang telah dispesifikasikan. Nilai RMSE diperoleh menurut formula berikut

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{l=1}^{200} \|\hat{\mathbf{p}}_x^{(l)} - \mathbf{p}_x\|_2^2}, \quad (19)$$

di mana  $\hat{\mathbf{p}}_x^{(l)}$  adalah nilai estimasi spektral daya pada FC untuk realisasi ke- $l$  (tidak lain adalah estimasi yang dihitung dengan (13) namun untuk realisasi ke- $l$ ), dengan  $l = 1, 2, \dots, 200$ .

Pada Gbr 2, tampak bahwa, baik untuk model A maupun B, unjuk kerja estimasi spektral daya cenderung meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah sensor hingga mencapai suatu titik saturasi. Hal ini tampak jelas terutama untuk kasus nilai daya derau 0 dBm. Perlu diingat bahwa, untuk semua kasus yang disimulasikan, pesat pencuplikan pada tiap sensor adalah  $M/N = 0,1905$  kali pesat pencuplikan Nyquist dengan nilai  $K$  yang

konstan. Perbaikan unjuk kerja lebih lanjut (nilai RMSE yang lebih rendah daripada titik saturasi) bisa diperoleh dengan meningkatkan nilai  $K$  maupun pesat pencuplikan pada tiap sensor. Pada Gbr 2, juga tampak bahwa, dalam konteks RMSE, unjuk kerja model B (yang menggunakan pola pencuplik multi-coset yang beragam untuk grup sensor yang berbeda) juga lebih baik daripada model A (yang menggunakan pola pencuplik yang seragam untuk semua sensor). Hal ini didukung pula oleh hasil observasi pada Gbr 1 di mana variasi plot estimasi spektral daya untuk model B terhadap plot spektral daya teoritis cenderung lebih kecil daripada variasi plot estimasi spektral daya untuk model A. Penjelasan untuk fenomena ini adalah sebagai berikut. Telah didefinisikan sebelumnya bahwa untuk sensor ke- $(j+1)$  dan  $N=84$ , elemen vektor korelasi  $\mathbf{r}_{x_j}$  diberikan oleh  $\mathbf{r}_{x_j} = [r_{x_j}[0], r_{x_j}[1], \dots, r_{x_j}[83], r_{x_j}[-83], \dots, r_{x_j}[-2], r_{x_j}[-1]]^T$ . Dengan demikian, untuk sensor ke- $(j+1)$  dengan  $j=gP+p$  dan  $N=84$ , elemen vektor estimasi korelasi  $\hat{\mathbf{r}}_{x_{gP+p}}$  pada (11) juga diberikan oleh

$$\hat{\mathbf{r}}_{x_{gP+p}} = [\hat{r}_{x_{gP+p}}[0], \hat{r}_{x_{gP+p}}[1], \dots, \hat{r}_{x_{gP+p}}[83], \hat{r}_{x_{gP+p}}[-83], \dots, \hat{r}_{x_{gP+p}}[-1]]^T. \quad (20)$$

Perlu diingat bahwa  $\hat{r}_{x_{gP+p}}[m]$  hanyalah merupakan estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[m] = E[x_{gP+p}[n] x_{gP+p}[n-m]]$  karena hanya bisa dilakukan pendekatan terhadap operasi  $E[\cdot]$ . Dari (9), cukup jelas bahwa pencuplik multi-coset hanya akan memproduksi  $M$  sampel untuk setiap  $N$  sampel yang seyogyanya akan diproduksi apabila digunakan pencuplik Nyquist. Artinya, dari total  $KN$  sampel yang seyogyanya diproduksi pencuplik Nyquist, hanya  $KM$  sampel yang akan diproduksi oleh pencuplik multi-coset. Bila sensor ke- $(gP+p+1)$  menggunakan pola pencuplik multi-coset yang pertama pada Tabel I maka matriks  $\mathbf{C}_g$  akan memiliki ukuran  $16 \times 84$ , di mana ke-16 barisnya diperoleh dari baris-baris  $\mathbf{I}_{84}$  dengan indeks baris-baris yang dipilih diindikasikan oleh markah-markah pola pertama pada Tabel I. Untuk kasus ini, bisa diperoleh dari (1), (2), (9), dan pola pertama pada Tabel I bahwa elemen vektor  $\mathbf{y}_{gP+p}[k]$  yang berukuran  $16 \times 1$  akan diberikan oleh

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{gP+p}[k] &= [y_{gP+p}[16k], y_{gP+p}[16k+1], \dots, y_{gP+p}[16k+15]]^T \\ &= [x_{gP+p}[84k], x_{gP+p}[84k+1], x_{gP+p}[84k+4], x_{gP+p}[84k+8], \\ & x_{gP+p}[84k+12], x_{gP+p}[84k+18], x_{gP+p}[84k+27], \\ & x_{gP+p}[84k+33], x_{gP+p}[84k+39], x_{gP+p}[84k+61], \\ & x_{gP+p}[84k+63], x_{gP+p}[84k+74], x_{gP+p}[84k+76], \\ & x_{gP+p}[84k+79], x_{gP+p}[84k+81], x_{gP+p}[84k+83]]^T. \end{aligned} \quad (21)$$

Berdasarkan (21), bisa diperoleh dari (9) - (11) (melalui pengamatan secara mendetail pada elemen-elemen matriks-matriks terkait) bahwa estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[1]$  akan diberikan oleh

$$\hat{r}_{x_{gP+p}}[1] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} x_{gP+p}[84k+1] x_{gP+p}^*[84k]. \quad (22)$$

Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa untuk blok sampel ke- $k$  yaitu  $\mathbf{y}_{gP+p}[k]$ , hanya  $x_{gP+p}[84k]$  dan  $x_{gP+p}[84k+1]$  yang selisih indeksnya sama dengan 1. Hal ini adalah konsekuensi dari hanya tersedianya sepasang markah atau indeks pada pola pencuplikan multi-coset yang pertama pada Tabel I yang memiliki selisih 1 yaitu markah 0 dan markah 1. Sebaliknya pada pola multi-coset

yang sama, bisa ditemukan pada Tabel I bahwa ada empat pasang markah yang memiliki selisih 4 yaitu markah 0 dengan markah 4, 4 dengan 8, 8 dengan 12, dan 79 dengan 83. Dengan demikian, bisa pula diperoleh dari (21) serta pengamatan mendetail pada elemen-elemen matriks-matriks terkait pada (9) - (11) bahwa estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[4]$  akan diberikan oleh

$$\hat{r}_{x_{gP+p}}[4] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{4} \{ x_{gP+p}[84k+4]x_{gP+p}^*[84k] + x_{gP+p}[84k+8]x_{gP+p}^*[84k+4] + x_{gP+p}[84k+12]x_{gP+p}^*[84k+8] + x_{gP+p}[84k+83]x_{gP+p}^*[84k+79] \}. \quad (23)$$

Hal yang berbeda akan diperoleh jika digunakan pencuplik multi-coset yang mengacu pada pola kedua pada Tabel I. Untuk situasi ini, bisa diperoleh dari Tabel I bahwa estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[1]$  diberikan oleh

$$\hat{r}_{x_{gP+p}}[1] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{5} \{ x_{gP+p}[84k+1]x_{gP+p}^*[84k] + x_{gP+p}[84k+2]x_{gP+p}^*[84k+1] + x_{gP+p}[84k+3]x_{gP+p}^*[84k+2] + x_{gP+p}[84k+4]x_{gP+p}^*[84k+3] + x_{gP+p}[84k+5]x_{gP+p}^*[84k+4] \}, \quad (24)$$

dan bahwa estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[4]$  diberikan oleh

$$\hat{r}_{x_{gP+p}}[4] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{2} \{ x_{gP+p}[84k+4]x_{gP+p}^*[84k] + x_{gP+p}[84k+5]x_{gP+p}^*[84k+1] \}. \quad (25)$$

Cukup menarik untuk diamati pada (22) dan (24) bahwa estimasi bagi  $r_{x_{gP+p}}[1]$  diberikan oleh rerata dari  $K$  buah suku saat pola pertama dipakai dan rerata dari  $5K$  buah suku saat pola kedua dipakai. Dengan demikian, pola kedua lebih menjanjikan kualitas estimasi yang lebih baik bagi estimasi  $r_{x_{gP+p}}[1]$ . Namun sebaliknya, bisa diperoleh dari (23) dan (25) bahwa pola pertama lebih menjanjikan kualitas estimasi yang lebih baik bagi estimasi  $r_{x_{gP+p}}[4]$ . Bila pola pencuplik multi-coset yang sama digunakan oleh seluruh sensor yang ada, maka estimasi autokorelasi dengan lag  $m$  tertentu pada seluruh sensor akan sama buruk atau sama baik kualitasnya. Sebaliknya, jika pola pencuplik multi-coset yang berbeda digunakan pada sensor-sensor yang berbeda, maka akan ada sensor yang memberikan estimasi yang kualitasnya baik dan ada sensor yang memberikan estimasi yang kualitasnya kurang baik untuk korelasi dengan lag  $m$  tertentu. Hal ini tentu akan berimbas pada estimasi spektral daya yang dihasilkan. Dengan demikian, model B menawarkan suatu fasilitas yang bisa disebut dengan *sampling diversity* (keberagaman pencuplikan). Grup-grup sensor dengan pola pencuplikan berbeda akan memiliki kualitas estimasi autokorelasi yang berbeda pula untuk tiap lag-nya. Pada saat FC melakukan proses rerata terhadap spektral daya yang dihasilkan oleh sensor-sensor dengan pola pencuplikan yang berbeda ini, akan dihasilkan efek rerata pula terhadap estimasi-estimasi spektral daya yang dihasilkan dari estimasi-estimasi autokorelasi yang beragam tadi. Akibatnya, akan ada efek yang saling mengkompensasi antara estimasi-estimasi spektral daya yang dihasilkan oleh sensor-sensor dengan pola pencuplikan yang beragam tadi. Hal ini menjelaskan fenomena yang muncul pada Gbr 1 dan Gbr 2.

TABEL II. PITA FREKUENSI (DIGITAL) DARI PENGIRIM ISYARAT BESERTA RAPAT DAYA PADA PITA FREKUENSI YANG DIDUDUKI DAN BESARNYA PATH LOSS YANG DIALAMI ANTARA TIAP PENGIRIM DAN TIAP GUGUS SENSOR (SIMULASI 3A)

Pita Frekuensi (Digital) Pengirim atau Pengguna (radian / sampel)	Rapat Daya pada pita frekuensi aktif (dBm/ radian per sample)	Path Loss (dB) yang dialami isyarat dari pengirim ke	
		Gugus Sensor 1	Gugus Sensor 2
$[0,11\pi, 0,19\pi]$	34	-21.5	-24.5
$[0,31\pi, 0,39\pi]$	34	-24	-22
$[0,21\pi, 0,29\pi]$	32	-20	-22

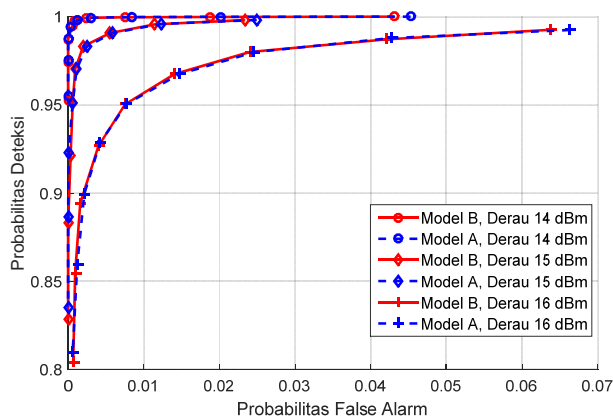
TABEL III. PITA FREKUENSI (DIGITAL) DARI PENGIRIM ISYARAT BESERTA RAPAT DAYA PADA PITA FREKUENSI YANG DIDUDUKI DAN BESARNYA PATH LOSS YANG DIALAMI ANTARA TIAP PENGIRIM DAN TIAP GUGUS SENSOR (SIMULASI 3B)

Pita Frekuensi (Digital) Pengirim atau Pengguna (radian / sampel)	Rapat Daya pada pita frekuensi aktif (dBm/ radian per sample)	Path Loss (dB) yang dialami isyarat dari pengirim ke	
		Gugus Sensor 1	Gugus Sensor 2
$[0,1\pi, 0,35\pi]$	34	-21.5	-24.5
$[0,55\pi, 0,8\pi]$	34	-24	-22
$[-0,9\pi, -0,65\pi]$	32	-20	-22

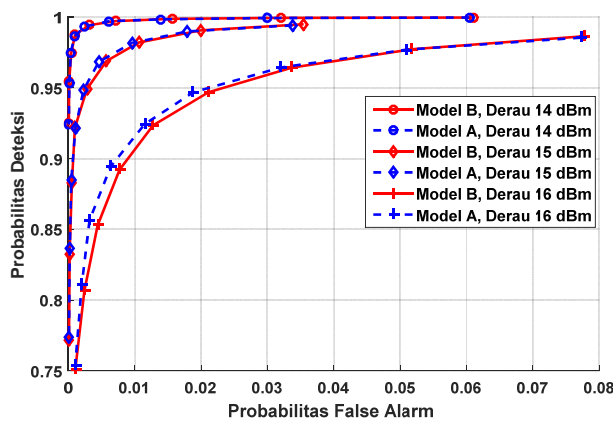
Simulasi bagian ketiga, yang terdiri atas Simulasi 3A dan 3B, bertujuan untuk mengevaluasi kinerja metoda estimasi spektral daya kooperatif yang diusulkan, baik untuk model A maupun B, pada konteks deteksi. Pada bagian ketiga ini, diasumsikan terdapat tiga pengirim dengan spektral daya dan pita frekuensi tertera pada Tabel II (untuk Simulasi 3A) dan Tabel III (untuk Simulasi 3B). Pembangkitan isyarat dari ketiga pengirim tersebut mengikuti cara yang dijelaskan pada simulasi bagian pertama. Parameter  $K$  dan  $N$  yang dipilih adalah  $K=117$  dan  $N=84$  serta diasumsikan terdapat  $J=200$  sensor. Untuk model B, 200 sensor ini dikelompokkan ke dalam  $G=10$  grup yang masing-masing terdiri atas  $P=20$  sensor per grup. Model A dan B pada bagian ini juga menggunakan pola pencuplik multi-coset yang tersedia pada Tabel I dengan aturan pola pada tiap grup mengikuti aturan pada bagian pertama (pesat pencuplikan pada tiap sensor:  $M/N = 0,1905$  kali pesat pencuplikan Nyquist). Berdasarkan lokasinya, 200 sensor di atas diasumsikan dapat dikelompokkan dalam dua *cluster* (gugus) sensor. Sensor-sensor pada gugus sensor yang sama diasumsikan cukup berdekatan letaknya sehingga isyarat dari suatu pengirim ke sensor-sensor yang terletak pada gugus sensor yang sama akan mengalami efek *path loss* yang sama. Tabel II dan III menyediakan informasi tentang *path loss* yang dialami oleh isyarat yang dikirimkan dari setiap pengirim ke setiap gugus sensor. Untuk model B, tiap grup sensor diasumsikan memiliki 10 sensor yang berada dalam gugus sensor 1 dan 10 sensor yang berada dalam gugus sensor 2. Efek *shadowing* yang dialami isyarat dari sebuah pengirim ke seluruh sensor yang terletak pada gugus sensor yang sama diasumsikan sama. Nilai *path loss* pada Tabel II-III diasumsikan telah menyertakan efek *shadowing* untuk menyederhanakan proses simulasi. Pada bagian ketiga ini, juga disertakan efek *multipath* Rayleigh *fading* dengan cara membangkitkan nilai tanggapan frekuensi kanal nirkabel sebagai peubah acak kompleks yang komponen real dan imajineranya mengikuti distribusi Gaussian dengan rerata sama dengan nol dan variansi diberikan oleh nilai *path loss* yang tersedia pada Tabel II-III. Pada setiap pita frekuensi isyarat yang aktif, efek



*fading* yang dialami diasumsikan sebagai *flat fading*. Nilai daya derau pada setiap sensor mula-mula adalah 14 dBm yang kemudian dinaikkan secara bertahap hingga 16 dBm.



Gbr 3. Kurva Probabilitas Deteksi dan Probabilitas *False Alarm* saat model A dan B digunakan untuk melakukan proses deteksi keberadaan isyarat pengirim yang dispesifikasikan pada Tabel II (Simulasi 3A).



Gbr 4. Kurva Probabilitas Deteksi dan *False Alarm* pada saat model A dan B digunakan untuk melakukan proses deteksi keberadaan isyarat pengirim yang dispesifikasikan pada Tabel III (Simulasi 3B).

Gbr 3 dan 4 memperlihatkan unjuk kerja model A dan B dalam melakukan proses deteksi terhadap isyarat pengirim yang dispesifikasikan pada Tabel II-III. Evaluasi deteksi dilakukan pada pita frekuensi yang diduduki oleh pengirim dengan berdasarkan pada estimasi spektral daya yang dihasilkan oleh FC. Sebaliknya, evaluasi kejadian *false alarm* dilakukan pada pita frekuensi yang tidak diduduki pengirim. Pita frekuensi (dalam frekuensi digital) yang dipantau untuk menguji kejadian false alarm adalah  $[-0,81\pi, -0,65\pi]$  untuk Simulasi 3A serta  $[0,43\pi, 0,49\pi]$ ,  $[0,92\pi, \pi]$ , dan  $[-0,43\pi, -0,11\pi]$  untuk Simulasi 3B. Tampak bahwa pada Simulasi 3A dan 3B, unjuk kerja deteksi model A dan B nyaris sama. Perlu diketahui bahwa, dalam proses deteksi, hal yang terpenting adalah bahwa hasil estimasi spektral daya harus cukup baik untuk bisa mengidentifikasi keberadaan suatu pengguna yang aktif pada pita frekuensi tertentu. Untuk keperluan ini, tidak diperlukan akurasi bentuk estimasi spektral daya yang sempurna dan kekurang-akuratan dalam nilai estimasi spektral daya pada pita frekuensi yang dipantau tidak terlalu krusial. Dengan demikian, hasil simulasi pada bagian ini mengindikasikan bahwa, meskipun kualitas hasil estimasi spektral daya yang dihasilkan oleh model A dan B pada umumnya berbeda, perbedaan kualitas

estimasi tersebut tidak terlalu signifikan efeknya pada saat kedua model tersebut digunakan untuk keperluan deteksi.

## KESIMPULAN

Makalah ini mengevaluasi hasil ekstensi dari metode estimasi spektral daya pada [6] namun pada konteks multi-sensor. Dua model, yakni model A dan B diuji pada makalah ini. Dari segi estimasi spektral daya, hasil simulasi menunjukkan bahwa model B, dengan *sampling diversity*-nya, cenderung menunjukkan kinerja lebih baik daripada model A. Namun dari aspek deteksi, keduanya cenderung memiliki unjuk kerja yang sama. Di samping itu, hasil ekstensi dari pendekatan pada [6] ke skenario di mana terdapat beberapa sensor yang secara kooperatif bersama-sama melakukan estimasi spektral daya cukup menawarkan banyak manfaat yang lebih besar ketimbang saat hanya ada sebuah sensor yang melakukan estimasi spektral daya. Manfaat ini dirasakan terutama pada komunikasi nirkabel saat isyarat yang dikirimkan mengalami efek *fading* dalam propagasinya dari pengirim ke penerima.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] B. Le, T. Rondeau, J. Reed, dan C. Bostian, "Analog-to-digital converters," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 22, no. 6, pp. 69-77, Nopember 2005.
- [2] E. J. Candes, J. Romberg, dan T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52, No. 2, pp. 489-509, Pebruari 2006.
- [3] D. L. Donoho, "Compressed sensing," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52, No. 4, pp. 1289-1306, April 2006.
- [4] Z. Quan, S. Cui, A. H. Sayed, dan H. V. Poor, "Optimal multiband joint detection for spectrum sensing in cognitive radio networks," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 3, pp. 1128-1140, Maret 2009.
- [5] P. Paysarvi-Hoseini dan N. C. Beaulieu, "Optimal wideband spectrum sensing framework for cognitive radio systems," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 3, pp. 1170-1182, Maret 2011.
- [6] D.D. Ariananda dan G. Leus, "Compressive wideband power spectrum estimation," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, no. 9, pp. 4775-4789, September 2012.
- [7] C.P. Yen, Y. Tsai, dan X.Wang, "Wideband spectrum sensing based on sub-Nyquist sampling," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 61, no. 12, pp. 3028-3040, Juni 2013.
- [8] D. Cohen dan Y.C. Eldar, "Sub-Nyquist sampling for power spectrum sensing in cognitive radios: A unified approach," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 15, pp. 3897-3910, Agustus 2014.
- [9] D.D. Ariananda dan G. Leus, "A study on cooperative compressive wideband power spectrum sensing," Proceeding of the Joint WIC/IEEE SP Symposium on Information Theory and Signal Processing in the Benelux, Boekelo, The Netherlands, pp. 102-109, Mei 2012.
- [10] D.D. Ariananda, D. Romero, dan G. Leus, "Cooperative compressive power spectrum estimation," Proceeding of 2014 IEEE 8th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM 2014), pp. 97-100, Juni 2014.
- [11] R. Venkataramani dan Y. Bresler, "Perfect reconstruction formulas and bound on aliasing error in sub-Nyquist nonuniform sampling of multiband signals," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 46, no. 6, pp. 2173-2183, Sept. 2000.
- [12] M.Mishali and Y. Eldar, "Blind multiband signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 3, pp. 993-1009, Maret 2009.
- [13] J. Leech, "On the representation of 1, 2, ..., n by differences," Journal of London Mathematics Society, vol. 31, pp. 160-169, April 1956.