

ANALISIS REDUKSI DATA CITRA MENGGUNAKAN METODE DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR

Susan Sulaiman, Suhartati Agoes
 Jurusan Teknik Elektro Universitas Trisakti
 Jl. Kyai Tapa no 1, Grogol, Jakarta 11440
 susan_sulaiman_2006@yahoo.co.id

Abstract—Dekomposisi Nilai Singular yang biasa dikenal dengan SVD sebagai salah satu teori dalam aljabar linier memfaktorkan sebuah matriks menjadi perkalian tiga buah matriks yang mengekspresikan data citra dalam sejumlah nilai singular atau akar pangkat dua dari nilai eigen yang menunjukkan karakteristik citra tersebut. Dengan hanya mengambil sebagian nilai singular yang terbesar, data citra akan direduksi dengan mempertahankan fitur terpenting dari citra asli tetapi menggunakan *storage* yang lebih kecil pada memori. Parameter MSE dan PSNR digunakan untuk menganalisis kualitas citra hasil reduksi. Metode SVD dapat mereduksi data citra cukup baik dengan tingkat kompleksitas perhitungan yang tidak rumit dan besarnya rank yang diambil tergantung kebutuhan aplikasi serta merupakan pemilihan antara besarnya rasio kompresi dan kualitas citra hasil reduksi.

Kata kunci: SVD, rank, kompresi, PSNR.

I. PENDAHULUAN

Citra khususnya citra digital saat ini telah banyak digunakan dalam berbagai aplikasi di bidang ilmu seperti fotografi digital, rekam medis, penginderaan jauh, pengendalian, dan masih banyak lagi aplikasi lainnya. Agar dapat menyimpan citra dalam *storage* secara efisien dan cepat, dibutuhkan suatu sistem yang dapat mereduksi data citra sedemikian sehingga diperoleh hasil reduksi data citra yang sesuai dengan aplikasi yang digunakan.

Dalam teori matriks, terdapat beberapa teorema dekomposisi, di antaranya adalah teorema dekomposisi yang dikenal dengan Dekomposisi Nilai Singular (*Singular Value Decomposition*) atau biasa disebut teorema SVD yang terkait dengan nilai eigen dan nilai singular.

Teorema SVD adalah salah satu metode yang sering digunakan pada aljabar linier, metode ini melakukan faktorisasi dan aproksimasi dalam mereduksi data terkait dengan akar pangkat dua dari nilai eigen atau nilai singular. Baker [1] mengatakan bahwa SVD dapat ditinjau dari tiga sudut pandang yang saling kompatibel. Ketiga sudut pandang tersebut yaitu di satu sisi bisa dijelaskan sebagai sebuah metode untuk mengubah variabel berkorelasi menjadi satu set variabel yang bisa mengekspos dengan lebih baik berbagai hubungan antar data asli. Pada sisi sudut pandang kedua, SVD adalah metode untuk

mengidentifikasi data dengan variasi yang paling besar, dimana pada sisi sudut pandang kedua ini SVD mempunyai keterkaitan dengan sisi sudut pandang ketiga yaitu SVD melakukan pendekatan terbaik terhadap data asli dengan dimensi yang lebih sedikit. Oleh karena itu, SVD bisa dikatakan sebagai sebuah metode untuk mereduksi data.

Beberapa artikel terkait dengan metode SVD, diantaranya pada [2], dengan pembahasan bahwa metode SVD terutama difokuskan pada penurunan rumus secara matematik, sedangkan pada [3],[4] SVD diaplikasikan untuk kompresi citra berskala keabuan,. Pada artikel lain yaitu pada [5] menjelaskan bahwa SVD diterapkan pada kompresi citra berwarna.

Dalam artikel ini, SVD diaplikasikan pada reduksi data citra berwarna dengan terlebih dahulu menghitung besarnya rank maksimum yang bisa diambil sehingga besar file dari hasil reduksi tidak melebihi besar file citra asli. Pemilihan besarnya rank tergantung kepada kebutuhan aplikasi, bisa ditinjau baik secara kualitatif maupun kuantitatif. Kinerja dari proses reduksi data citra diukur dengan menghitung rasio kompresi dan kualitas citra, yaitu melalui perhitungan *Mean Square Error* (MSE) dan *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR).

II. IMPLEMENTASI

Citra digital terdiri dari sejumlah elemen yang terhingga banyaknya, dimana masing-masing elemen mempunyai lokasi atau tempat dan nilai tertentu. Elemen ini disebut *picture elements* atau *pixel* [6]. Kompresi atau reduksi data citra (*image compression*) adalah proses untuk meminimalisasi jumlah bit yang merepresentasikan suatu citra sehingga ukuran data citra menjadi lebih kecil. Pada dasarnya teknik kompresi atau reduksi data citra digunakan pada proses transmisi data (*data transmission*) dan penyimpanan data (*data storage*).

A. Dekomposisi Nilai Singular

Suatu proses dekomposisi dalam matriks berarti memfaktorkan sebuah matriks menjadi lebih dari satu matriks. Salah satu teknik dekomposisi yaitu SVD yang berkaitan dengan nilai singular (*singular value*) suatu matriks, dimana nilai singular mencerminkan karakteristik matriks tersebut. SVD didasarkan pada teori aljabar linier, bahwa suatu matriks persegi panjang dimensi $m \times n$ dapat dipecah atau difaktorkan menjadi

1. Membaca file citra.
Citra yang akan dibaca adalah citra berwarna. Citra dikonversi menjadi matriks yang terdiri dari tiga buah, masing-masing untuk warna merah, hijau dan biru (RGB). Tiap elemen matriks menunjukkan warna bagi setiap piksel pada citra.
2. Definisikan matriks yang menyusun warna merah, hijau dan biru A_R , A_G dan A_B
3. Lakukan konversi nilai elemen matriks antara 0 dan 1 agar perhitungan menjadi lebih efisien karena tidak melibatkan bilangan besar.
4. Menghitung dekomposisi nilai singular yaitu nilai matriks U , Σ dan V^T dari masing-masing matriks yang menyusun warna merah, hijau dan biru.
5. Membentuk matriks aproksimasi dengan rank s dari matriks penyusun warna merah, hijau dan biru sesuai dengan (6)
6. Menyusun kembali matriks penyusun warna sehingga diperoleh matriks hasil reduksi data citra.

D. Kinerja Metode SVD untuk Reduksi Data Citra

Untuk mengukur kinerja dari reduksi data citra dengan metode SVD, harus dihitung rasio kompresi yang dihasilkan. Bila citra direduksi dengan rank $r = s$, maka rasio kompresi dapat dihitung dengan membagi jumlah elemen matriks yang dibutuhkan untuk menyimpan citra asli dengan jumlah elemen matriks yang dibutuhkan oleh citra hasil reduksi.

$$C_R = \frac{mn}{s(m+n+1)} \quad (8)$$

C_R = rasio kompresi
 m = jumlah baris pada matriks citra asli
 n = jumlah kolom pada matriks citra hasil reduksi
 s = besar rank yang dipilih

Untuk mengukur perbedaan kualitas citra hasil reduksi dibandingkan dengan citra asli dapat dihitung nilai MSE (*Mean Square Error*) atau Kuadrat Nilai Kesalahan dan PSNR (*Peak Signal to Noise Ratio*).

MSE adalah ukuran penurunan kualitas citra hasil reduksi dibandingkan dengan citra asli, didefinisikan sebagai kuadrat dari selisih antara nilai piksel citra asli dan nilai piksel yang sesuai dari citra hasil reduksi dibagi dengan seluruh jumlah piksel dari citra, secara matematis dinyatakan dalam rumus berikut [4]

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{y=1}^m \sum_{x=1}^n (f_A(x,y) - f_{A'}(x,y)) \quad (9)$$

MSE = *Mean Square Error* (Kuadrat Nilai Kesalahan)

$f_A(x,y)$ = nilai piksel citra asli

$f_{A'}(x,y)$ = nilai piksel citra hasil reduksi

m = banyaknya baris pada matriks citra asli

n = banyaknya kolom pada matriks citra asli

Untuk citra berwarna, akan didapatkan tiga harga MSE masing-masing untuk matriks penyusun warna merah, hijau dan biru. Semakin besar nilai MSE, maka tampilan citra hasil reduksi akan semakin buram.

Sebaliknya, semakin kecil nilai MSE, maka tampilan citra hasil reduksi akan semakin baik.

PSNR digunakan untuk mengetahui perbandingan kualitas citra sebelum dan sesudah proses reduksi data citra. Untuk menentukan PSNR, terlebih dahulu harus ditentukan nilai MSE seperti pada (9). PSNR merupakan nilai perbandingan antara harga maksimum warna pada citra asli dengan kuantitas gangguan (*noise*), yang biasanya dinyatakan menggunakan skala logaritmik dalam satuan desibel (dB), *noise* yang dimaksud adalah akar rata-rata kuadrat nilai kesalahan (\sqrt{MSE}). Secara matematis PSNR dapat dihitung dengan menggunakan rumus seperti pada (10) :

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{C_{max}}{\sqrt{MSE}} \right) \quad (10)$$

PSNR = Peak Signal to noise ratio

C_{max} = nilai maksimum warna pada citra
 = 255 (8 bit)

Untuk citra berwarna, akan didapatkan tiga harga PSNR masing-masing untuk matriks penyusun warna merah, hijau dan biru. Nilai PSNR yang lebih tinggi menandakan kemiripan yang lebih tinggi antara citra hasil reduksi dan citra asli. Semakin besar nilai PSNR, maka tampilan citra hasil reduksi akan semakin baik. Sebaliknya, semakin kecil nilai PSNR, maka tampilan citra hasil reduksi semakin menurun.

Reduksi data citra dianggap baik untuk nilai PSNR sebesar 30-50 dB dan pada nilai PSNR sebesar 40dB, citra asli dan citra hasil reduksi sudah hampir tidak dapat dibedakan lagi [9].

III. HASIL PENGUJIAN DAN PEMBAHASAN

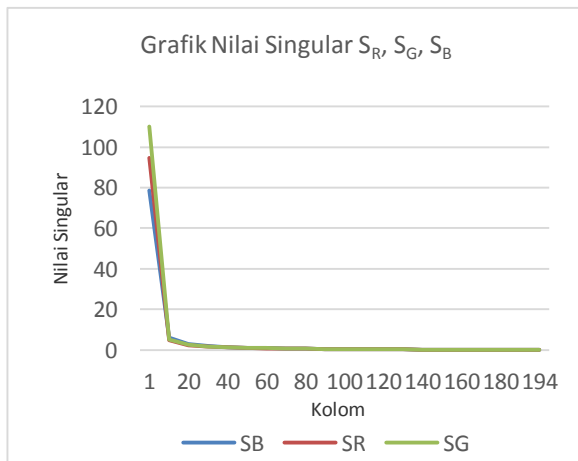
Proses reduksi data pada artikel ini menggunakan salah satu contoh citra berukuran 194x259 piksel seperti pada Gambar 2 di bawah ini.



Gambar 2. Citra Asli

Besarnya nilai-nilai singular untuk matriks penyusun A_R, A_G, A_B dari citra pada Gambar 2 diatas tercermin dari elemen diagonal pada matriks Σ terkait yaitu nilai-nilai $S_R, S_G,$ dan S_B seperti pada grafik yang terdapat pada Gambar 3.

Dari grafik pada Gambar 3, dapat disimpulkan bahwa nilai singular pada kolom pertama jauh lebih besar dari nilai singular pada kolom-kolom berikutnya sehingga aplikasi SVD pada reduksi data citra dapat dilakukan dengan mengabaikan nilai singular yang kecil dan *detail* citra yang bersesuaian dengan nilai singular ini karena tidak akan ikut membangun citra asli secara signifikan.



Gambar 3. Nilai singular S_R, S_G, S_B

A. Hasil Reduksi Citra

Sesuai dengan (7) untuk rank maksimum diperoleh $r_m = 111$, maka untuk melakukan kompresi harus dipilih besar rank < 111 . Gambar 4 berikut ini menjelaskan hasil reduksi data untuk nilai rank 1, 5, 10, 20, 30, 50, 70, dan 100

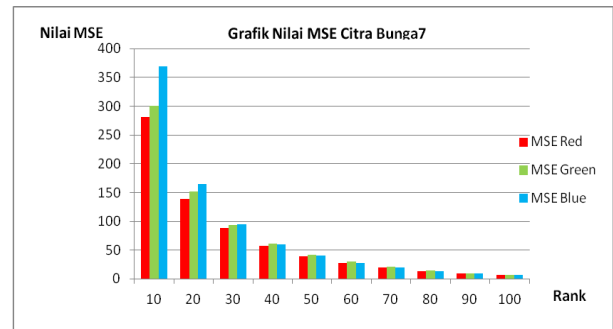


Gambar 4. Hasil Reduksi Data Citra Untuk Berbagai Nilai Rank

Rasio kompresi dapat dihitung dengan (8), dari Gambar 4 diatas disimpulkan bahwa pada pemilihan rank=1, bentuk citra belum nampak, pada rank = 5 dan rank = 10, citra hasil reduksi masih tampak buram, tetapi faktor kompresi sangat baik yaitu sebesar 11,0674 untuk rank = 10, yang berarti *storage* yang dibutuhkan oleh citra hasil reduksi hanya sebesar 0,09 dibandingkan dengan citra asli. Pada pemilihan rank sebesar 20, citra sudah nampak lebih baik, pada rank=70, citra hasil reduksi makin serupa dengan citra asli, tetapi faktor kompresi menurun menjadi 1,5811. Semakin tinggi nilai rank yang diambil, citra hasil reduksi semakin menyerupai citra asli, tetapi hal ini dibarengi dengan penurunan faktor kompresi atau penggunaan *storage* yang semakin besar.

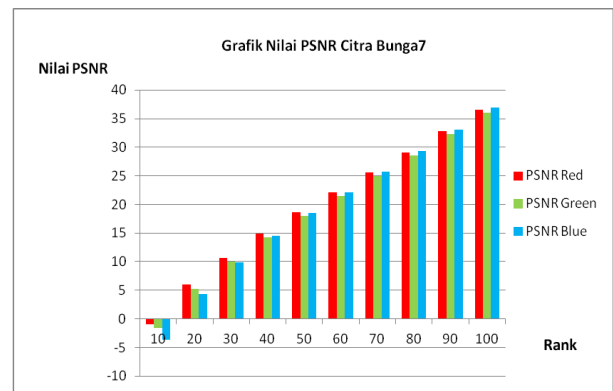
B. Kualitas Hasil Reduksi Citra

MSE dari matriks penyusun RGB sebagai salah satu parameter kualitas hasil reduksi citra diperoleh dengan menggunakan (9) dan grafik hasil simulasi nilai MSE tersebut tampak pada Gambar 5 di bawah ini.



Gambar 5. Grafik Nilai MSE

PSNR dari matriks penyusun RGB sebagai salah satu parameter kualitas hasil reduksi citra diperoleh dengan menggunakan (10) dan grafik hasil nilai MSE tersebut tampak pada Gambar 6 di bawah ini.



Gambar 6. Grafik Nilai PSNR

Dari hasil simulasi pada Gambar 5 dan Gambar 6 diatas, dapat dijelaskan bahwa makin besar nilai rank yang diambil, nilai MSE makin kecil dan nilai PSNR makin besar sehingga citra hasil reduksi makin mendekati citra asli. Pada rank = 90, nilai PSNR telah

melebihi 30 dB, berarti memenuhi kualitas citra yang baik seperti yang dijelaskan pada [9]. Sebaliknya makin kecil jumlah rank yang dipilih, nilai MSE makin besar dan nilai PSNR makin rendah yang menunjukkan bahwa kualitas citra hasil reduksi menurun.

IV. KESIMPULAN

1. Besar rank yang dipilih menunjukkan jumlah nilai singular yang digunakan dalam proses reduksi data citra dan besarnya harus lebih kecil dari rank maksimum r_m . Bilamana nilai rank yang dipilih melebihi rank maksimum, maka besar *storage* dari citra hasil reduksi akan melebihi besar *storage* yang dibutuhkan pada citra asli.
2. Makin kecil jumlah rank atau makin sedikit jumlah nilai singular yang diambil, makin baik nilai rasio kompresi yang diperoleh atau makin kecil tempat yang dibutuhkan untuk penyimpanan..
3. Makin besar jumlah rank yang dipilih, makin kecil nilai singular yang diabaikan, MSE makin kecil dan PSNR makin tinggi yang menunjukkan bahwa kualitas citra makin mendekati citra asli.
4. Metode SVD dapat mereduksi data citra cukup baik dengan tingkat kompleksitas perhitungan yang tidak rumit dan besarnya rank yang diambil tergantung kebutuhan aplikasi serta merupakan pemilihan antara besarnya rasio kompresi dan kualitas citra hasil reduksi.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Ibu Prof Dr.Ir. Indra Surjati MT, selaku Dekan FTI Usakti dan Ibu Dr, Rianti Dewi S,A. ST, M Eng selaku Ketua Dewan Riset FTI Usakti yang telah memberikan masukan dan saran sehingga artikel ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Baker K, *Singular Value Decomposition Tutorial*, 2013, kirklbaker@gmail.com [20.10.2016]
- [2] Ariyanti G., “Dekomposisi Nilai Singular dan Aplikasinya”, *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 27 Nopember 2010, FMIPA UNY [07.01.2017]
- [3] Samruddhi Kahu, Reena Rahate, “Image Compression using Singular Value Decomposition”, *International Journal of Advancements in Research and Technology*, Volume 2, Issue 8, August 2013. [18.03.2017]
- [4] Lijie Cao, “Singular Value Decomposition Applied to Digital Image Processing”, *Division of Computing Studies Arizona State University Polytechnic Campus*, <https://www.math.cuhk.edu.hk/~lmlui/CaoSVDintro.pdf> [26.01.2017]
- [5] Amanatul Firdausi, Mahdhivani Syafwan, Nova Noliza Bakar, “Aplikasi Dekomposisi Nilai Singular pada kompresi ukuran file gambar”, *Jurnal Matematika UNAND vol 4 no 1 hal 31-39 ISSN: 2302-2910 Jurusan Matematika FMIPA UNAND*, 2015. [02.01.2017]
- [6] Gonzalez, R.C., Woods R.E., *Digital Image Processing*, Prentice Hall, ebook,2nd edition, 2001. [29.11.2016]
- [7] Steve J. Leon, *Linear Algebra with Applications*, Macmillan Publishing Company, New York; 1996
- [8] Paul Dostert. *An Application of Linear Algebra to Image Compression* <http://math.arizona.edu/brio/VIGRE/ThursdayTalk.pdf> [05.03.2017]
- [9] Matlab 2013b, *Quantitative and perceptual quality measures wavelet toolbox*